

Domaine de définition : Ensemble des valeurs pour lesquelles on peut calculer une fonction, se note généralement Df

Si la fonction $f(x)$ est une fonction rationnelle de la forme $\frac{N(x)}{D(x)}$ la contrainte à poser est la suivante : $D(x) \neq 0$. Car le dénominateur d'une fonction doit être différent de 0. Résoudre $D(x) = 0$ et exclure les valeurs trouvées pour obtenir Df

Exemple 1 Soit $f(x) = \frac{3x-4}{-5x-8}$ Contrainte d'existence de la fonction $-5x-8 \neq 0$

On va chercher la contrainte c'est à dire qu'on va résoudre $-5x-8=0 \Leftrightarrow -5x=8 \Leftrightarrow x=-\frac{8}{5}$
et on va exclure cette valeur de $\mathbb{R}$ d'où $Df = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{8}{5}\} =]-\infty; -\frac{8}{5}[\cup]-\frac{8}{5}; +\infty[$

Exemple 2 Soit $g(x) = \frac{3x-9}{(2x-7)(8x-4)}$ Contrainte d'existence de la fonction $(2x-7)(8x-4) \neq 0$

On cherche donc à résoudre l'équation produit $(2x-7)(8x-4) = 0$

Rappel : Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul

On a donc $ABC = 0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$ ou $C=0$

Donc $(2x-7)(8x-4) = 0 \Leftrightarrow 2x-7=0$ ou $8x-4=0$

$$\Leftrightarrow 2x=7 \text{ ou } 8x=4$$

$$\Leftrightarrow x=7/2 \text{ ou } x=4/8 = 1/2$$

D'où $Dg = \mathbb{R} \setminus \{1/2; 7/2\} =]-\infty; 1/2[\cup]1/2; 7/2[\cup]7/2; +\infty[$

Exemple 3 Soit $h(x) = \frac{-5x+7}{x^2-16}$ Contrainte d'existence de la fonction $x^2-16 \neq 0$

On va donc résoudre $x^2-16=0 \Leftrightarrow x^2-4^2=0$

Rappel $A^2-B^2 = (A-B)(A+B) \Leftrightarrow (x-4)(x+4)=0$

↳ Identité remarquable

$$\Leftrightarrow x-4=0 \text{ ou } x+4=0$$

$$\Leftrightarrow x=4 \text{ ou } x=-4$$

Donc $Dh = \mathbb{R} \setminus \{-4; 4\} =]-\infty; -4[\cup]-4; 4[\cup]4; +\infty[$

Domaine de définition : Ensemble des valeurs pour lesquelles on peut calculer une fonction, se note généralement D_f

Si la fonction $f(x)$ est une fonction irrationnelle de la forme $\sqrt{R(x)}$ la contrainte à poser est la suivante : $R(x) \geq 0$. Car l'expression sous la racine doit être positive pour que la racine existe. Résoudre $R(x) \geq 0$ c'est trouver D_f

● Exemple 1 Soit $f(x) = \sqrt{-2x-7}$ Contrainte d'existence de la racine $-2x-7 \geq 0$

Résolvons cette inéquation pour trouver le domaine de définition de la fonction f
 $-2x-7 \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq +7 \Leftrightarrow x \leq \frac{+7}{-2} \Leftrightarrow x \leq -7/2$

Rappel quand on divise, ou multiplie une inéquation par un nombre négatif, on doit changer le sens de l'inéquation. Donc $D_f =]-\infty; -7/2]$

● Exemple 2 Soit $g(x) = \sqrt{(-5x-3)(2x-7)}$ Contrainte d'existence de la racine $(-5x-3)(2x-7) \geq 0$

Pour trouver les valeurs de x qui vérifient $(-5x-3)(2x-7) \geq 0$ on doit utiliser un tableau de signes $-5x-3=0 \Leftrightarrow -5x=3 \Leftrightarrow x=-3/5$ $2x-7=0 \Leftrightarrow 2x=7 \Leftrightarrow x=7/2$

x	$-\infty$	$-3/5$	$7/2$	$+\infty$
$-5x-3$	+	0	-	-
$2x-7$	-	-	0	+
$(-5x-3)(2x-7)$	-	0	+	-

Si $x \in [-3/5; 7/2]$
 on a $(-5x-3)(2x-7) \geq 0$

Donc $D_g = [-3/5; 7/2]$

● Exemple 3 Soit $h(x) = \sqrt{\frac{-5x+2}{3x-8}}$ Contrainte d'existence de la fonction $3x-8 \neq 0$
 Contrainte d'existence de la racine carrée $\frac{-5x+2}{3x-8} \geq 0$

$3x-8=0 \Leftrightarrow 3x=8 \Leftrightarrow x=8/3$ donc pour la première contrainte $x \neq 8/3$

Pour la contrainte d'existence de la racine carrée il faut étudier le signe du quotient $\frac{-5x+2}{3x-8}$, on va utiliser un tableau de signes $-5x+2=0 \Leftrightarrow -5x=-2 \Leftrightarrow x=2/5$

x	$-\infty$	$2/5$	$8/3$	$+\infty$
$-5x+2$	+	0	-	-
$3x-8$	-	-	0	+
$\frac{-5x+2}{3x-8}$	-	0	+	-

$8/3$ est la valeur interdite
 c'est pourquoi on met des doubles barres dans la dernière ligne du tableau

Si $x \in [2/5; 8/3[$ on a $\frac{-5x+2}{3x-8} \geq 0$ donc $D_h = [2/5; 8/3[$