

Equation de droite (méthode ponctuelle)

Pour déterminer l'équation réduite de la forme $y = mx + p$ (1) ($m, p \in \mathbb{R}$) d'une droite (d), puis son équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) quand on dispose de deux points $M(x_M; y_M)$ et $N(x_N; y_N)$, on calcule le coefficient directeur m de la droite ($m = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M}$), puis dans la relation (1) on remplace x et y par les coordonnées du point M ou du point N pour calculer la valeur de l'ordonnée à l'origine p , ce qui nous donne l'équation réduite de (d) à partir de laquelle on peut déterminer simplement l'équation cartésienne de (d).

Appliquons cette méthode dans un exemple

On dispose du point M de coordonnées (-7,3) et du point N de coordonnées (4,-2)

Quelle est l'équation réduite de la droite (MN) ?

On commence par chercher la valeur de m , le coefficient directeur de la droite (MN)

$$\text{D'après le cours, } m = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{-2 - 3}{4 - (-7)} = -\frac{5}{11}$$

A ce stade, l'équation réduite de (MN) est donc $y = -\frac{5}{11} * x + p$ (E)

Ensuite on cherche la valeur de p , l'ordonnée à l'origine de la droite (MN)

Pour trouver la valeur de p , on remplace x et y dans l'équation (E) par les coordonnées du point M ou du point N

Si on choisit le point M, on obtient l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} y_M &= -\frac{5}{11} * x_M + p \\ \Leftrightarrow 3 &= -\frac{5}{11} * (-7) + p \\ \Leftrightarrow 3 &= \frac{35}{11} + p \\ \Leftrightarrow 3 - \frac{35}{11} &= p \\ \Leftrightarrow \frac{33}{11} - \frac{35}{11} &= p \\ \Leftrightarrow -\frac{2}{11} &= p \end{aligned}$$

Si on choisit le point N, on obtient l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} y_N &= -\frac{5}{11} * x_N + p \\ \Leftrightarrow -2 &= -\frac{5}{11} * 4 + p \\ \Leftrightarrow -2 &= -\frac{20}{11} + p \\ \Leftrightarrow -2 + \frac{20}{11} &= p \\ \Leftrightarrow -\frac{22}{11} + \frac{20}{11} &= p \\ \Leftrightarrow -\frac{2}{11} &= p \end{aligned}$$

Dans les deux cas, on obtient la même équation réduite de la droite (MN), $y = -\frac{5}{11} * x - \frac{2}{11}$ que l'on transforme pour obtenir l'équation cartésienne de la droite (MN)

$$y = -\frac{5}{11} * x - \frac{2}{11} \Leftrightarrow 11y = -5x - 2 \Leftrightarrow 5x + 11y + 2 = 0$$

En utilisant cette technique, déterminer l'équation réduite de la droite passant par chacun des couples de points donnés ci-dessous, ainsi que son équation cartésienne.

a) A(-5 ; 3) B(7 ; -4) (AB) ?

b) C(2 ; -7) D(9 ; -3) (CD) ?

c) E(-3 ; 5) F(4 ; 5) (EF) ?

d) G(-2 ; 6) H(-2 ; -3) (GH) ?

e) I(-\frac{2}{3} ; 4) J(-2 ; \frac{7}{9}) (IJ) ?