

Sauf indication contraire, les exercices suivants sont à faire sans calculatrice, mais on peut contrôler à la machine.

Fractions

1 Exprimer en cm :

- a. le quart d'un mètre ;
- b. les trois quarts d'un mètre ;
- c. les cinq quarts d'un mètre.

2 Un père partage 120 € entre ses quatre enfants : les trois premiers reçoivent respectivement $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{6}$ du total. Combien reste-t-il pour le dernier ? (Proposer deux méthodes pour résoudre ce problème).

3 Écrire sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un entier :

$$a = \frac{4}{6}; \quad b = -\frac{15}{25}; \quad c = \frac{12 \times 7}{35}; \quad d = \frac{14 \times 21}{7};$$

$$e = \frac{-12 \times 16}{-18}; \quad f = \frac{15 + 3}{12 + 3}; \quad g = \frac{13 - 1}{5 + 1}.$$

Contrôler avec une calculatrice.

4 Calculer les nombres suivants (résultat sous forme d'une fraction irréductible) :

$$a = \frac{3}{5} + \frac{8}{5}; \quad b = \frac{31}{12} - \frac{5}{12}; \quad c = \frac{3}{4} + \frac{5}{8}; \quad d = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}.$$

5 Même exercice que le précédent avec :

$$a = 1 - \frac{7}{13}; \quad b = \frac{5}{6} + \frac{3}{8} - \frac{1}{12}; \quad c = \frac{18}{6} - \frac{4}{24};$$

$$d = 25 \times \frac{6}{35}; \quad e = \frac{7}{12} \times \frac{60}{42}; \quad f = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{2}.$$

6 Écrire sous la forme d'une fraction irréductible :

$$a = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{3}{10}; \quad b = \left(\frac{3}{5}\right)^2 : \frac{9}{20}; \quad c = \frac{1}{3} \times 4 + \frac{7}{6}.$$

$$d = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{3} + 1; \quad e = \frac{2}{5} - \frac{3}{4} - \frac{2}{1 - \frac{2}{7}}.$$

7 Calculer l'inverse des nombres suivants :

$$a = -\frac{3}{4}; \quad b = \frac{3}{7} \times \frac{8}{3}; \quad c = 2 - \frac{1}{3};$$

$$d = \frac{1}{4 + 5}; \quad e = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}; \quad f = \frac{3 + 5}{3 + 10}.$$

8 Combien fait la moitié d'un demi ? Le tiers d'un quart ? Le quart d'un tiers ?

9 On pose $A(x) = \frac{2}{3}x - 5$. Calculer : $A(0)$, $A(1)$, $A(-3)$, $A(6)$, $A\left(\frac{1}{2}\right)$, $A\left(\frac{3}{2}\right)$ et $A\left(-\frac{9}{4}\right)$.

10 On pose $A(x) = -x^2 + \frac{3}{4}x - 3$. Calculer : $A(0)$, $A(1)$, $A(-4)$, $A\left(\frac{4}{3}\right)$ et $A\left(-\frac{8}{3}\right)$.
Contrôler avec une calculatrice.

Racine carrée

11 À l'aide d'une calculatrice, donner l'arrondi au centième des nombres :

$$a = \frac{3\sqrt{2} - 1}{\sqrt{6} - \sqrt{7}} \quad \text{et} \quad b = \sqrt{25 + 36}.$$

12 On donne $A(x) = 3\sqrt{x} - x\sqrt{x}$, pour tout x positif.
Calculer $A(0)$; $A(1)$; $A(9)$; $A(3)$; $A\left(\frac{1}{9}\right)$; $A\left(\frac{4}{9}\right)$;
 $A[(-5)^2]$; $A(\sqrt{36})$.
Contrôler avec une calculatrice.

13 On considère l'expression $A(x) = \frac{2\sqrt{x+2}}{x+1}$.
Calculer $A(0)$ et $A(2)$.
Peut-on calculer $A(5)$? $A(-1)$? $A(-1,5)$? $A(-2)$?
 $A(-3)$?

14 Est-ce que $\sqrt{25}$ est égal à 5 ? à -5 ? à $(\sqrt{5})^2$? à $(-\sqrt{5})^2$? à $\sqrt{5}$? à $\sqrt{9} + \sqrt{16}$? à $\sqrt{9+16}$?

15 Parmi les nombres suivants, certains sont égaux. Indiquer lesquels en justifiant la réponse.

$$a = \sqrt{2}; \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad c = \frac{2}{\sqrt{2}}; \quad d = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad e = \sqrt{8} - \sqrt{2}.$$

16 Écrire les nombres suivants sous la forme \sqrt{n} où n est un entier :
 $a = 3\sqrt{2}$; $b = 5\sqrt{3}$; $c = 4\sqrt{5}$; $d = 0,1\sqrt{1700}$.

Sauf indication contraire, les exercices suivants sont à faire sans calculatrice, mais on peut contrôler à la machine.

Puissances

17 Écrire sous la forme d'une puissance de 2 ou de 3 :

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 ; \quad 9 ; \quad 3 ; \quad \frac{1}{3} ; \quad \frac{1}{9} ; \quad \frac{32}{2} ; \quad \frac{1}{16} ;$$

$$128 ; \quad \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} ; \quad \frac{3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} ; \quad (3 \times 3)^2.$$

18 Est-ce que 3^{-2} est égal à -3^2 ? à $\frac{1}{3^2}$? à -9 ? $\frac{1}{9}$? à l'inverse de 3^2 ? à l'opposé de 3^2 ?

19 Écrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$$5^{-1} ; \quad 3 \times 2^{-1} ; \quad 7^{-1} \times 14 ; \quad \frac{4}{3^{-1}} ;$$

$$3^{-1} \times 2 \times 5 \times 4^{-1} \times 12 ; \quad \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} ; \quad (3 \times 5^{-2})^3.$$

20 Écrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} ; \quad \frac{3}{8} \times \left(\frac{9}{4}\right)^{-1} ; \quad \frac{27 \times 3^{-1}}{14 \times 4^{-1}} ; \quad \frac{15^2}{3} ; \quad \frac{2^6 \times 9}{3 \times 2^3}.$$

21 Pour $x \neq 0$, simplifier : $a = \frac{x^3}{x^2}$; $b = \frac{x}{2x}$.

22 Soit l'expression $A(x) = -2x^2 + (-2x)^2$. Calculer $A(0)$, $A(1)$ et $A(-3)$.

23 Exprimer sous forme de puissances de 10 :

$$\begin{array}{lll} \text{a. } 10^{-5} \times 10^2 & \text{b. } 10^{-2} \times 10^{-3} & \text{c. } \frac{10^{-6}}{10^2} \\ \text{d. } \frac{10^3}{10^{-3}} & \text{e. } (10^{-2})^{-3} & \text{f. } (10^3)^{-2}. \end{array}$$

24 Écrire sous la forme 2^n ou 3^n ou $2^n \times 3^p$, où n et p sont des entiers :

$$27 ; \quad \frac{1}{3} ; \quad 24 ; \quad \frac{1}{24} ; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} ; \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} ; \quad \frac{1}{2^4} ;$$

$$8 \times 9 ; \quad \frac{4}{3^2} ; \quad (2^5)^2 ; \quad (2^{-2})^3 ; \quad 2^3 \times 2^{-5} ;$$

$$(2 \times 3)^4 ; \quad (2^3)^2 \times (9)^3 \times 6^2.$$

25 Écrire sous forme d'un entier ou d'une fraction irréductible, en n'oubliant pas de simplifier au cours des calculs lorsque c'est possible :

$$a = \left(\frac{2}{3}\right)^3 ; \quad b = \left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{9}\right)^{-2} ; \quad c = \frac{14^2 \times 9^3}{3^5 \times 7} ;$$

$$d = \frac{15^3 \times 4}{6^2 \times 5^3} ; \quad e = \frac{(-18)^2 \times 5}{15^2 \times 3}.$$

26 1. Écrire sous la forme $2^n \times 3^m \times 5^p$, où n , m et p sont des entiers relatifs :

$$A = \frac{15^2}{2^3}, \quad B = \frac{100 \times 3^2}{2^4 \times 6} \quad \text{et} \quad C = \frac{(3^{-2})^3 \times 15^3}{9}.$$

2. Écrire A, B et C sous forme de fraction irréductible (on peut s'aider d'une calculatrice).

27 Même exercice que le précédent avec :

$$A = \frac{15^2 \times 3^2}{5 \times 4} \quad \text{et} \quad B = \frac{(2^{-3})^2 \times 6^3}{25}.$$

Écriture scientifique

28 1. Parmi les nombres suivants, indiquer ceux qui sont en notation scientifique. Écrire les autres sous la forme scientifique.

$$a = 12 \times 10^{-3} ; \quad b = 6,4 \times 2^5 ; \quad c = 5,03 \times 10^{-4} ; \\ d = 0,124 \times 10^2 ; \quad e = -34,56 \times 10^2.$$

2. Donner un ordre de grandeur de chacun des nombres ci-dessus.

29 1. Sans utiliser la calculatrice, écrire chacun des nombres suivants en notation scientifique :

$$x = 54\,200 ; \quad y = 0,0245 ; \quad z = 4 \times 10^{-5} \times 7,2 \times 10^{12} ;$$

$$t = \frac{1,4 \times 10^{18}}{7 \times 10^{-2}} ; \quad u = \frac{10^3}{5 \times 10^{-6}} ; \quad s = 10^{-3}.$$

2. Utiliser une calculatrice pour vérifier les écritures scientifiques de z , t et u .

30 Écrire sous forme scientifique :

$$a = 10^3 + 10^2 ; \quad b = 10^{-3} + 10^{-2} ; \\ c = 10^2 - 10^{-1} ; \quad d = 10^1 - 10^{-1}.$$

31 Écrire en notation décimale :

$$A = 7,4 \times 10^5 ; \quad B = 3,42 \times 10^{-3} ; \\ C = 5,42 \times 10^4 ; \quad D = 5,456 + 10^{-2}.$$

Avec des parenthèses

32 Écrire sans parenthèses :

a. $5 - (x + 3)$ b. $-(4x^2)$ c. $-(-3)(-x)$
d. $3x - (2 - 3x)$ e. $-(-1 - 2x^2)$ f. $4\left(\frac{5x^2}{3}\right)$.

33 Écrire sans parenthèses :

a. $(3 - x) - (2 - 3x)$ b. $-(-1 - 5x^2)$
c. $-(-3)(-x)$
d. $-\left(-\frac{1}{4}\right)$ e. $-\left(\frac{2}{-3}\right)$ f. $-3\left(\frac{-x}{4}\right)$.

34 Compléter :

$-2x + 1 = -(\dots \dots)$;
 $x^2 - 5 = -(\dots \dots)$; $-x^2 - 3 = -(\dots \dots)$.

Développements

35 Développer puis réduire les expressions :

$A = -3(2x^2 - 4x + 2) + 3(2x^2 - 6x + 4)$.
 $B = -7(5a + 3b - 5) - 2(8 - a + 2b)$.

36 1. Réduire au même dénominateur :

$A = \frac{x-1}{4}$ et $B = \frac{x+5}{6}$.

2. Calculer $A - B$.

37 Développer :

$A = (2x - 8) \times \frac{1}{2}x$; $B = 2x(x^2 - 3x + 1)$;
 $C = -3x(3x - 2)$; $D = \frac{1}{2}x^3(8x^3 + 4x - 12)$.

38 Développer et réduire les expressions :

$A = (x - 5)(x + 3)$; $B = (x + 3)(2x - 7)$;
 $C = (3x - 2)(5x + 1)$; $D = (2x)^2(x + 1)$.

39 Développer et réduire les expressions :

$A = -2(3x^2 + 3x - 5)$; $B = -(4x + 1)(x - 3)$;
 $C = A - B$.

40 Développer et réduire les expressions :

$A = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$; $B = xy(x - y)$;
 $C = 6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$; $D = -4\left(x + \frac{3}{4}\right) \times 3\left(x + \frac{2}{3}\right)$.

Factorisations

41 Factoriser « au mieux » :

$A = 9x - 3$; $B = 2x^2 - 6x$; $C = -3x^2 - 18x$;
 $D = -7x^3 + 14x^2 + 21x$; $E = x^2y - xy^2$.

42 Compléter les factorisations :

$2a^2 - 4 = 2(\dots \dots) = 4(\dots \dots)$;

$\frac{1}{3}a - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}(\dots \dots) = \frac{1}{6}(\dots \dots)$;

$\frac{a^2}{9} - \frac{5a}{6} = \frac{a}{3}(\dots \dots) = \frac{a}{18}(\dots \dots)$.

43 Factoriser : $x \times a - 5 \times a$.

En déduire une factorisation de

$A = x(x - 3) - 5(x - 3)$ et $B = x(3x^2) - 5(3x^2)$.

44 1. Factoriser $ab - ac + 2a$

puis $(x - 3)(2x + 5) - (x - 3)(4x - 1) + 2(x - 3)$.

2. Factoriser $4ab + a$, puis $4(x + 2)(x - 1) + (x + 2)$.

Égalités remarquables

45 Développer puis réduire :

$A = (x - 2)(x + 2)$; $B = 3 \times (2x - 7)(2x + 7)$;

$C = \left(\frac{1}{3}x - 2\right)\left(\frac{1}{3}x + 2\right)$; $D = (x^3 - 5)(x^3 + 5)$.

$E = 9\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$; $F = \frac{(1 - \sqrt{3})}{5} \times \frac{(1 + \sqrt{3})}{9}$.

46 Développer puis réduire :

$A = (x - 3)^2$; $B = (2x + 1)^2$; $C = 2(5x - 3)^2 - 10$;

$D = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$; $E = (x^2 - 2)^2$; $F = 1 - 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$.

47 On donne $A = 7(x - 2)$ et $B = (7x - 2)$.

Développer :

$A \times B$, A^2 , $A^2 - B^2$, $A - B$ et $(A - B)^2$.

48 Factoriser au mieux :

$A = 9x^2 - 6x + 1$; $B = 9a^2 - 12a + 4$;

$C = \frac{1}{4}u^2 - u + 1$; $D = x^2 - 9$;

$E = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$; $F = -x^2 + 4$;

Équations du premier degré

49 Calcul mental

Remplacer les pointillés par le nombre convenable :

$$5 + \dots = 12 ; \quad \dots - 9 = -4 ; \quad 2 \times \dots = 9 ;$$

$$3 \times \dots = -15 ; \quad 3 \times \dots = 0 ; \quad \frac{\dots}{5} = -2 ;$$

$$\frac{\dots}{3} = 0 ; \quad 2 \times (1 + \dots) = 6.$$

50 Recopier et compléter avec un commentaire adapté (on ajoute ... ; on multiplie par ... ; on effectue).

Les équations suivantes sont équivalentes :

$$7x + 12 = -2 ; \quad 7x = -2 - 12$$

$$7x = -14 ; \quad x = \frac{-14}{7} ; \quad x = -2$$

L'équation a une seule solution : -2 .

51 Même exercice que le précédent.

Les équations suivantes sont équivalentes :

$$3x - 5 = 5x + 2 ; \quad 3x - 5x - 5 = 2 ; \quad -2x = 2 + 5 ;$$

$$-2x = 7 ; \quad x = \frac{7}{-2}.$$

L'équation a une seule solution : $-\frac{7}{2}$.

Pour les exercices 52 à 55, résoudre les équations proposées.

52

$$\text{a. } 2x = 9 \quad \text{b. } 3 - x = 2$$

$$\text{c. } 3x = 0 \quad \text{d. } \frac{x}{5} = 0$$

$$\text{e. } \frac{1}{2}x = 5 \quad \text{f. } \frac{x+3}{2} = 5.$$

53

$$\text{a. } 5x - 9 = 0 \quad \text{b. } -3x = 0$$

$$\text{c. } 3x + 5 = x - 1 \quad \text{d. } 2(5x - 2) = 6$$

$$\text{e. } \frac{x}{2} = -3 \quad \text{f. } 2 \times (5 \times 3x) = -12.$$

54

$$\text{a. } 3 = 5 - 2x \quad \text{b. } 5x - 20 = 10x$$

$$\text{c. } x = 3(10 - x) \quad \text{d. } \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} = 1.$$

55

$$\text{a. } -5(x+2) = x - 10 \quad \text{b. } \frac{x}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{3}x$$

$$\text{c. } \frac{3(x+1)}{4} - \frac{2(x-1)}{5} = -2 \quad \text{d. } \frac{2x-5}{5} - (x+3) = \frac{7}{5}.$$

56 Les équations suivantes ont-elles des solutions ?

$$\text{a. } 3x + 1 = 3(x - 1) \quad \text{b. } 6x - 2 = 3(2x - 1) + 1.$$

$$\text{c. } \frac{4}{x} = 0 \quad \text{d. } \frac{x}{4} = 0.$$

Inéquations du premier degré

57 Recopier et compléter avec le symbole \leq ou \geq qui convient. Faire un commentaire adapté (on ajoute ... ; on multiplie par ...).

Les inéquations suivantes sont équivalentes :

$$-2x + 7 \leq 5x ; \quad -2x - 5x + 7 \leq 0 ; \quad -7x \dots -7$$

$$x \dots \frac{-7}{-7} ; \quad x \dots 1$$

58 Résoudre les inéquations proposées et représenter les solutions sur un axe :

$$\text{a. } 3x - 5 \leq 4 \quad \text{b. } 3(x + 2) \geq -2x - 1$$

$$\text{c. } 1 - 3x \leq 13 \quad \text{d. } \frac{3}{2}x - 1 \geq 4(3 - x).$$

59 Même exercice que le précédent avec :

$$\text{a. } -\frac{2}{3}x \geq -\frac{4}{3} \quad \text{b. } \frac{1}{2}x + 3 \leq \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$$

$$\text{c. } \frac{x}{2} \leq 3x - 5 \quad \text{d. } 2x \leq 0 \quad \text{e. } 0x \geq 1.$$

60 Même exercice que le 58 avec :

$$\text{a. } -\frac{1}{3}x \leq 0 \quad \text{b. } \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \geq 1$$

$$\text{c. } \frac{4x+1}{4} - \frac{2(x-3)}{3} \leq 0 \quad \text{d. } \frac{x}{5} - \frac{x-6}{6} \leq 3x + 1.$$

Équations produits

61 Résoudre les équations :

$$\text{a. } 2x = 0 \quad \text{b. } 3x(x - 5) = 0$$

$$\text{c. } (x + 5)(2x + 1) = 0 \quad \text{d. } (x - 1)(x - 4) = 4$$

$$\text{e. } 3(x - 4)^2 = 0 \quad \text{f. } \left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{3} + 2\right) = 0.$$

62 Résoudre les équations suivantes, après avoir factorisé le premier membre :

$$\text{a. } x^2 + 4x = 0 \quad \text{b. } 4x^2 - 9 = 0 \quad \text{c. } 4x^2 - 3x = 0$$

$$\text{d. } (x + 3)(3x - 4) - (x + 3)^2 = 0 \quad \text{e. } x^2 - 5 = 0$$

$$\text{f. } \frac{1}{4}x^2 - 9 = 0 ; \quad \text{g. } x^2 - 2x + 1 = 0$$

Calculs élémentaires

63 Sachant que $A(x) = \frac{2}{1+x}$, calculer : $A(0)$, $A\left(\frac{1}{2}\right)$,

$A\left(-\frac{7}{3}\right)$, $A(999)$, $A(-0,999)$, $A(-1,001)$.

Peut-on calculer $A(-1)$?

64 Sachant que $A(x) = -\frac{2}{3}(x-3)^2$, calculer : $A(0)$, $A(1)$, $A(3)$, $A(\sqrt{9})$, $A\left(\frac{1}{2}\right)$ et $A\left(-\frac{3}{4}\right)$.

65 À l'aide d'une calculatrice, donner la valeur décimale arrondie au millièmè près des nombres suivants :

$$a = \frac{32}{17 \times 5}; \quad b = \frac{36}{15 + 7}; \quad c = \frac{7+5}{1+5}; \quad d = \frac{-2^2+5}{(-2)^2+5};$$

$$e = \frac{3}{7} \times \frac{2}{1+\frac{7}{3}}; \quad f = \frac{3+\frac{2}{3}}{5-\frac{1}{3}}; \quad g = \frac{1}{3+5} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right).$$

66 Calculer $a = \frac{1}{1 - \frac{2}{3 - \frac{4}{5}}}$. Vérifier avec une calculatrice.

67 Écrire sous la forme $k\sqrt{2}$, $k\sqrt{3}$ ou $k\sqrt{5}$ (k entier) :

$$a = \sqrt{18} - \sqrt{8} + 2\sqrt{2} \quad b = 2\sqrt{3} - \sqrt{75} + 4\sqrt{27}$$

$$c = 5\sqrt{3} \times 2\sqrt{50} \times 3\sqrt{12}$$

$$d = \sqrt{5^3} - \sqrt{2} \times \sqrt{10} + \sqrt{3^4 \times 5^3}.$$

Vérifier la valeur de d avec une calculatrice.

68 Un rectangle a pour dimensions $\sqrt{48}$ cm et $\sqrt{147}$ cm. Exprimer son périmètre sous la forme $k\sqrt{3}$, puis calculer son aire.

69 Un parallélépipède rectangle a pour dimensions $\sqrt{15}$ cm, $\sqrt{6}$ cm et $\sqrt{2}$ cm. Exprimer son volume en fonction de $\sqrt{5}$.

Puissances

70 Soit $a = 2^3 \times 3^2$ et $b = 2 \times 3^3 \times 5^2$. Écrire les nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^p \times 5^q$, où n , p et q sont des entiers :

$$a^2; \quad b^2; \quad a \times b; \quad \frac{a}{b}.$$

71 Soit un nombre a non nul. Écrire sous la forme a^n , où n est un entier :

$$a^5 \times a; \quad (a^3)^2; \quad a^7 \times (a^{-3})^2; \quad \frac{a^2 \times a^3}{a \times a^4} \times a^{-1}.$$

72 Soit a et b non nuls. Écrire sous la forme $a^n \times b^p$, où n et p sont des entiers :

$$a^2 b^{-3} (ab)^4; \quad (-a)^3 \times (-b)^4; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-2} \times a^3;$$

$$a \times \frac{b^{-6}}{b^{-3}}; \quad \frac{a^3 \times b^{-2}}{a^5 \times b^{-4}}.$$

73 Parmi les quatre valeurs proposées pour le nombre $31 \times 10^5 \times 122 \times 10^6$, une seule est juste. En cherchant un ordre de grandeur du résultat, et sans calculatrice, trouver laquelle :

- a. $3\,782 \times 10^{12}$ b. $3,782 \times 10^{14}$
c. $3,782 \times 10^{16}$ d. $0,378\,2 \times 10^{13}$.

74 Même exercice que le 73 avec $(208 \times 10^{-6})^2$ et :

- a. 43 264 b. 0,432 64;
c. $4,326\,4 \times 10^{-10}$ d. $4,326\,4 \times 10^{-8}$.

75 * Soit $x = (0,02)^3 \times 10^{12} \times 715^2$. Parmi les nombres suivants, trouver, sans calculatrice, le plus proche de x :

- a. 4×10^{18} b. 4×10^{16}
c. 4×10^{12} d. 4×10^{10} .

76 Dans cet exercice, utiliser une calculatrice et exprimer les résultats en notation scientifique.

1. Une année-lumière est la distance parcourue dans le vide par la lumière en une année. Or la lumière se déplace environ à la vitesse de 300 000 km par seconde dans le vide. Exprimer en km la valeur d'une année-lumière.

2. Une unité astronomique (1 UA) représente la distance Terre-Soleil. C'est une unité créée pour exprimer des distances dans l'espace.

Une UA vaut environ $1,496 \times 10^8$ km.

Une sonde se déplace à la vitesse moyenne de 15 000 m/s. Combien de secondes lui faut-il pour parcourir 1 UA ? Exprimer le résultat en jours.

77 Calculer à la main :

$$a = \sqrt{2^6(1+2^3)} \text{ et } b = \sqrt{\frac{2^{12}+4^3}{2^{10}+4^2}}$$

Développements, factorisations

78 On donne l'expression

$$A = (3 + n)(6 + n) - (2 + n)(7 + n).$$

1. Calculer A pour $n = 0$, $n = 1$, $n = -4$.

Qu'observe-t-on ?

2. Démontrer que A ne dépend pas de n .

79 Développer puis réduire :

$$A = (1 - 2\sqrt{3})^2; \quad B = (2\sqrt{3} - 1)^2;$$

$$C = \left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2; \quad D = -(2x + 3)(2x - 3);$$

$$E = (-x + 1)(x + 1); \quad F = (4\sqrt{5} - 1)(4\sqrt{5} + 1).$$

80 Factoriser au mieux :

$$A = (x - 3)(2x + 5) - 3(2x + 5);$$

$$B = (3x + 4)(2x + 5) + 3x + 4;$$

$$C = 3(2x - 1)(x - 5) - (2x - 1)(x + 4).$$

81 Factoriser au mieux :

$$A(x) = 15x^3 - 30x^2; \quad B(x) = (\sqrt{3} + 1)x - \sqrt{3} - 1;$$

$$C(x) = (x - 3)(4x - 1) - (x - 3)^2.$$

82 Factoriser au mieux :

$$A = x^2 - 16; \quad B = x^2 - 5; \quad C = 4x^2 - 9;$$

$$D = -2\left(x^2 - \frac{1}{4}\right); \quad E = -x^2 + 9; \quad F = 49x^2 - 25.$$

83 a. Calculer $(1 + \sqrt{3})^2 - (1 - \sqrt{3})^2$.

b. Calculer $\frac{2}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{3} - 1$.

84 Montrer que $\frac{2}{2 + \sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$.

85 * Développer $E = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$.

Application :

Déterminer trois nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés soit égale à 4 802.

Quotients

86 Calculer la longueur AB telle que $\frac{3}{AB} = \sin 40^\circ$.

En donner une valeur arrondie au centième.

87 Les lois de la physique se résument souvent par une formule reliant plusieurs grandeurs numériques. En voici quelques-unes.

1. $P = m \times g$. Exprimer m en fonction de P et g .

2. $v = \frac{d}{t}$. Exprimer d en fonction de v et t , puis t en fonction de v et d .

3. $PV = P'V'$. Exprimer P en fonction de P' , V et V' .

4. $Q = m(t_2 - t_1)$.

a. On donne $Q = 10$, $m = 4$ et $t_1 = 2$. Calculer t_2 .

b. Exprimer t_2 en fonction de Q , m et t_1 .

Devoirs à la maison

88 On considère l'expression $P(x) = x^2 - 4x + 3$.

1. Vérifier que $P(x) = (x - 1)(x - 3)$.

2. On dispose maintenant de deux écritures de $P(x)$. Répondre à chacune des questions suivantes, en choisissant à chaque fois l'expression la mieux appropriée.

a. Calculer $P(0)$.

b. Calculer $P(-3)$.

c. Résoudre l'équation $P(x) = 0$.

d. Résoudre l'équation $P(x) = 3$.

e. Résoudre l'équation $P(x) = -4x$.

89 On donne $P(x) = (2x + 7)(x - 1) - 4(x - 1)$.

1. Factoriser $P(x)$.

2. Développer $P(x)$.

3. On dispose désormais de trois écritures de $P(x)$. Répondre à chacune des questions suivantes, en choisissant à chaque fois l'expression la mieux appropriée.

a. Résoudre l'équation $P(x) = 0$.

b. Calculer la valeur de $P(x)$ pour $x = 0$.

c. Calculer la valeur de $P(x)$ pour $x = -\frac{3}{2}$.

d. Calculer la valeur de $P(x)$ pour $x = \sqrt{3}$.

e. Résoudre l'équation $P(x) = -3$.

90 On donne $A(x) = 25x^2 - 16 - 3(5x - 4)(x + 6)$.

1. Développer $A(x)$.

2. a. Factoriser $25x^2 - 16$.

b. En déduire une factorisation de $A(x)$.

c. Développer le résultat obtenu au b. et comparer avec le résultat du 1.

3. Résoudre l'équation $A(x) = 0$, puis l'équation $A(x) = 56$.