

Détermination des variations d'une fonction

D'après le cours on a les résultats suivants quand on effectue certaines opérations sur une fonction on peut conclure concernant les variations

$u + k \quad (k \in \mathbb{R})$	pas de changement du sens de variation
$\lambda u \quad (\lambda \in \mathbb{R})$	pas de changement du sens de variation si $\lambda > 0$ inversion du sens de variation si $\lambda < 0$
$\sqrt{u}$	pas de changement du sens de variation
$1/u$	inversion du sens de variation

On se propose d'étudier les variations de la fonction $h(x) = \frac{-7}{\sqrt{9x^2 - 36}} - 10$ à l'aide de ces opérations élémentaires

Décomposition de la fonction h :

$$x \xrightarrow{\lambda u} x^2 \xrightarrow{u+k} 9x^2 \xrightarrow{u+k} 9x^2 - 36 \xrightarrow{\sqrt{u}} \sqrt{9x^2 - 36} \xrightarrow{1/u} \frac{1}{\sqrt{9x^2 - 36}} \xrightarrow{\lambda u} \frac{-7}{\sqrt{9x^2 - 36}} \xrightarrow{u+k} h(x)$$

x	-2	0	2	Remarques
x^2	$+\infty$	0	$+\infty$	fonction de référence
$9x^2$	$+\infty$	0	$+\infty$	$\lambda u \quad \lambda > 0$
$9x^2 - 36$	$+\infty \rightarrow 0$	-36	$0 \rightarrow +\infty$	$u+k \quad k = -36$
$\sqrt{9x^2 - 36}$	$+\infty \rightarrow 0$	Non définie	$0 \rightarrow +\infty$	$\sqrt{u}$
$\frac{1}{\sqrt{9x^2 - 36}}$	$0^+ \rightarrow +\infty$	Non définie	$+\infty \rightarrow 0^+$	$\frac{1}{u}$ changement de variation
$\frac{-7}{\sqrt{9x^2 - 36}}$	$0^- \rightarrow -\infty$	Non définie	$-\infty \rightarrow 0^-$	$\lambda u \quad \lambda < 0$ changement de variation
$\frac{-7}{\sqrt{9x^2 - 36}} - 10$	$-10^- \rightarrow -\infty$	Non définie	$-\infty \rightarrow -10^-$	$u+k \quad k = -10$

La dernière ligne du tableau nous donne donc les variations de la fonction h