

Exercice 1

$$1) (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2-1=1 \quad \text{identité remarquable } (a-b)(a+b) = a^2-b^2$$

$$2) \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{1(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1^2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{1} = \sqrt{2}+1$$

On multiplie le dénominateur de la fonction par son expression conjuguée

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{1(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$$

Exercice 2

Contrainte $x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$ (Existence de la fonction)

$$\frac{2x-4}{x+3} \geq \frac{x+5}{x+3} \Leftrightarrow \frac{2x-4}{x+3} - \frac{x+5}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x-4-x-5}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-9}{x+3} \geq 0$$

Pour trouver les solutions on fait un tableau de signes

$$x-9=0 \Leftrightarrow x=9$$

$$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$$

d'où le tableau de signes suivant

$$S =]-\infty; -3[\cup [9; +\infty[$$

x	$-\infty$	-3	9	$+\infty$
$x-9$	-	-	0	+
$x+3$	-	0	+	+
$\frac{x-9}{x+3}$	+		0	+

Exercice 3

$$1) x^2-16 = x^2-4^2 = (x-4)(x+4) \quad \text{identité remarquable } a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$2) A(x) = (x+4)(-2x+3) + x^2-16 = (x+4)(-2x+3) + (x-4)(x+4)$$

$$A(x) = (x+4)[(-2x+3) + (x-4)] = (x+4)(-2x+3+x-4) = (x+4)(-x-1)$$

$$A(x) = 0 \Leftrightarrow x+4=0 \text{ ou } -x-1=0 \Leftrightarrow x=-4 \text{ ou } x=-1$$

Pour étudier le signe de $A(x)$ en fonction de x , on fait un tableau de signes

x	$-\infty$	-4	-1	$+\infty$
$x+4$	-	0	+	+
$-x-1$	+	+	0	-
$A(x)$	-	0	+	-

On a donc les résultats suivants : $A(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -4] \cup [-1; +\infty[$

$$A(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; -1]$$

$$A(x) = 0 \Leftrightarrow S = \{-4; -1\}$$

Exercice 4

$$\begin{aligned} & \frac{2 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{1}{x-2}} \\ &= \frac{\frac{2x-1}{x}}{\frac{2(x-2)+1}{x-2}} = \frac{\frac{2x-1}{x}}{\frac{2x-2+1}{x-2}} = \frac{2x-1}{x} \times \frac{x-2}{2x-1} \\ &= \frac{x-2}{x} = \frac{x}{x} - \frac{2}{x} = 1 - \frac{2}{x} \end{aligned}$$

Conjoints d'un système de fonctions

$$x \neq 0 \text{ pour } 1/x$$

$$x \neq 1 \text{ pour } 1/(x-2)$$

$$x \neq 1/2 \text{ pour } \frac{2 - 1/x}{2 + \frac{1}{x-2}}$$

On réduit d'abord les fractions au même dénominateur puis on applique

la formule sur la division de deux fractions $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ qui permet d'obtenir le résultat final